SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LẠNG SƠN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 11 NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: TOÁN lớp 11 CHUYÊN

Thời gian: **180** phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi: **18/3/2021**

(Đề thi gồm 01 trang, 05 câu)

Câu 1 *(5 điểm)***.** Giải hệ phương trình sau trên tập số thực $\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x^2+x^3y-xy^2+xy-y=1 \\ x^4+y^2-xy(2x-1)=1 \end{cases}$$

Câu 2 *(6 điểm)***.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1=m\in\mathbb{R} \\ u_{n+1}=u_n^2-2u_n+2,\ \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$

a) Khi $m=\dfrac{3}{2}$, chứng minh dãy số có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

b) Xác định tất cả các giá trị của m để dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn.

Câu 3 *(2 điểm)***.** Tìm tất cả các hàm số $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện:

$$f\left[(x+1)f(y)\right]=yf\left[f(x)+1\right],\quad \forall x,y\in\mathbb{R}.$$

Câu 4 *(5 điểm)***.** Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm H trên đoạn thẳng AB (H không trùng A,O,B). Đường thẳng qua H vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại C. Đường tròn đường kính CH cắt AC, BC và (O) lần lượt tại D, E và F.

a) Chứng minh rằng các đường thẳng AB, DE và CF đồng quy.

b) Đường tròn tâm C bán kính CH cắt (O) tại P và Q. Chứng minh rằng bốn điểm P, D, E, Q thẳng hàng.

Câu 5 *(2 điểm)***.** Cho 167 tập hợp $A_1, A_2, \ldots, A_{167}$ có tính chất:

i) $|A_1|+|A_2|+\ldots+|A_{167}|=2004$;

ii) $|A_i|=|A_j|.|A_i\cap A_j|$ với $i,j=1,2,\ldots,167$ và $i\neq j$.

Hãy:

a) Chứng minh rằng $|A_i|=12$ với $i=1,2,...,167$.

b) Tính $\left|\bigcup_{i=1}^{167}A_i\right|$.

--------------------Hết--------------------

Họ và tên thí sinh: ……………………………………… Số báo danh: ……………………

Chữ kí giám thị số 1:……………………… Chữ kí giám thị số 2:…………………………