



ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 25/02/2023

Đề thi gồm 01 trang, 03 bài

Bài 5 (6,0 điểm)Xét các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ và $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $f(0) = 2022$ và

$$f(x + g(y)) = xf(y) + (2023 - y)f(x) + g(x) \text{ với mọi } x, y \in \mathbb{R}.$$

- Chứng minh rằng f là một toàn ánh và g là một đơn ánh.
- Tìm tất cả các hàm số f và g thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 6 (7,0 điểm)

Có $n \geq 2$ lớp học tổ chức $m \geq 1$ tổ ngoại khóa cho học sinh. Lớp nào cũng có học sinh tham gia ít nhất một tổ ngoại khóa. Mọi tổ ngoại khóa đều có đúng a lớp có học sinh tham gia. Với hai tổ ngoại khóa bất kỳ, có không quá b lớp có học sinh tham gia đồng thời cả hai tổ này.

- Tính m khi $n = 8, a = 4, b = 1$.
- Chứng minh rằng $n \geq 20$ khi $m = 6, a = 10, b = 4$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của n khi $m = 20, a = 4, b = 1$.

Bài 7 (7,0 điểm)

Cho tam giác nhọn, không cân ABC có trục tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O . Đường tròn nội tiếp (I) của tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại M, N, P . Gọi Ω_A là một đường tròn đi qua A , tiếp xúc ngoài với (I) tại một điểm A' và cắt lại AB, AC tương ứng tại A_b, A_c . Các đường tròn Ω_B, Ω_C và các điểm $B', B_a, B_c, C', C_a, C_b$ được xác định một cách tương tự.

- Chứng minh rằng $B_c C_b + C_a A_c + A_b B_a \geq NP + PM + MN$.
- Xét trường hợp A', B', C' tương ứng thuộc các đường thẳng AM, BN, CP . Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác có ba cạnh tương ứng thuộc ba đường thẳng $A_b A_c, B_c B_a, C_a C_b$. Chứng minh rằng OH song song với IK .

<https://thanhbk.vn/> - thư viện đề thi và kiểm tra

----- HẾT -----

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị **KHÔNG** giải thích gì thêm.