

NĂM HỌC 2021-2022.

Môn thi: Toán (chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút.

(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a+b+c=0$ và $a^2+b^2+c^2=1$. Tính giá trị của biểu thức $S = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$.

b) Cho đa thức bậc hai $P(x)$ thỏa mãn $P(1)=1, P(3)=3, P(7)=31$. Tính giá trị của $P(10)$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + 4 = \frac{7x^2}{x+1}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(2x+1) = y(x+y-2) + 1 \\ 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{y+2} = 11 - x. \end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Đường phân giác trong của \widehat{BAC} cắt đường tròn (O) tại D ($D \neq A$). Trên cung nhỏ AC của đường tròn (O) lấy điểm G khác C sao cho $AG > GC$; một đường tròn có tâm là K đi qua A, G và cắt đoạn thẳng AD tại điểm P nằm bên trong tam giác ABC . Đường thẳng GK cắt đường tròn (O) tại điểm M ($M \neq G$).

a) Chứng minh các tam giác KPG, ODG đồng dạng với nhau.

b) Chứng minh GP, MD là hai đường thẳng vuông góc.

c) Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng OD và KP , đường thẳng qua A và song song với BC cắt đường tròn (K) tại điểm E ($E \neq A$). Chứng minh rằng tứ giác $DGFP$ là tứ giác nội tiếp và $\widehat{EGF} = 90^\circ$.

Câu 4 (1,5 điểm).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $x^2y^2(y-x) = 5xy^2 - 27$.

b) Cho p_1, p_2, \dots, p_{12} là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $p_1^2 + p_2^2 + \dots + p_{12}^2$ chia hết cho 12.

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c=1$. Chứng minh rằng $\frac{a+bc}{b+c} + \frac{b+ca}{c+a} + \frac{c+ab}{a+b} \geq 2$.

b) Xét hai tập hợp A, B khác \emptyset thỏa mãn $A \cap B = \emptyset$ và $A \cup B = \mathbb{N}^*$. Biết rằng A có vô hạn phần tử và tổng của mỗi phần tử thuộc A với mỗi phần tử thuộc B là phần tử thuộc B . Gọi x là phần tử bé nhất thuộc B thỏa mãn $x \neq 1$. Hãy tìm x .

<https://thanhbk.vn/>- chia sẻ tài liệu miễn phí ----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....

Họ tên, chữ ký GT 1:.....

Số báo danh:.....

Họ tên, chữ ký GT 2:.....